

Gymnázium Josefa Božka, Český Těšín, příspěvková organizace

Přípravný kurz z matematiky pro studenty čtyřletého studia

Lekce 8

Téma: Elementární geometrie

A – Úhly

Pozn: a) Úhel je část roviny b) Měří se ve stupních, úhlových minutách a úhlových vteřinách c) $1^\circ = 60'$, $1' = 60''$

Př.1 a) Vyjádřete ve stupních, minutách, vteřinách $6488''$

b) $18^\circ 42' + 36^\circ 35'$, $58^\circ 12' - 36^\circ 35'$

c) Zopakovat: úhly vedlejší, vrcholové, střídavé

Př.2 Sestrojte pravítkem a kružítkem úhly: 90° , 45° , 60° , 30° , 120°

Př.3 Určete vnitřní úhly rovnoběžníku, je-li jeden z nich o 50° větší, než druhý

B – Čtverec

$S = a^2$, $o = 4a$, $u = a \cdot \sqrt{2}$, úhlopříčky jsou k sobě kolmé, stejně dlouhé, půlí se a půlí úhel u vrcholu

Př.4 Odvoďte vztah pro délku úhlopříčky čtverce

Př.5 Jak se změní obsah a obvod čtverce, jestliže se jeho strana a) zvětší 3x b) zvětší o 45%

Př.6 Vypočítejte obsah a obvod čtverce o úhlopříčce 10cm

C – Obdélník

$S = a \cdot b$, $o = 2 \cdot (a + b)$, $u = \sqrt{a^2 + b^2}$, úhlopříčky jsou stejně dlouhé, půlí se, nejsou k sobě kolmé a nepůlí úhel u vrcholu

Př.7 Určete obsah a obvod obdélníku o úhlopříčce 15cm a jedné straně 9cm.

Př.8 Jak se změní obsah obdélníku, jestliže se jedna jeho strana zvětší o 20% a druhá zmenší o 10%?

Př.9 Strany obdélníku jsou v poměru 3 : 5. Jeho obvod je 48cm. Určete délku úhlopříčky?

D - Trojúhelník

a) $S = \frac{z \cdot v}{2}$, $o = a + b + c$, součet vnitřních úhlů tr. je 180° , součet vnitřního a odpovídajícího vnějšího úhlu je 180° .

b) Rozdělení trojúhelníků dle stran: různoramenný, rovnoramenný, rovnostranný

c) Rozdělení trojúhelníků dle úhlů: ostroúhlý, pravoúhlý, tupoúhlý

d) opakovat pojmy: výška, těžnice, střední příčka, osa úhlu, osa strany, kružnice opsaná, vepsaná trojúhelníku

e) Zvláštní pozornost věnujte rovnoramennému, rovnostrannému a pravoúhlému tr.

Př.10 Určete obsah rovnoramenného trojúhelníku o základně 4cm a ramenu 6cm.

Př.11 Vypočítejte obsah rovnostranného trojúhelníku o délce strany 5cm.

Př.12 Střední příčka rovnoramenného trojúhelníku je 3cm. Určete délky jeho stran, jestliže jeho obvod je 16cm.

Př.13 V pravoúhlém lichoběžníku mají základny 9cm a 5cm. Délka kratšího ramene je 3cm. Vypočítejte jeho obvod a obsah.

E – kruh a kružnice

$$S = \pi \cdot r^2, \quad o = 2 \cdot \pi \cdot r \quad (\text{o je obvod kruhu nebo délka kružnice})$$

Př.14 Sestrojte kružnici opsanou a vepsanou trojúhelníku o stranách 5cm, 6cm, 7cm

Př.15 a) Jaký je obsah kr. o obvodu 9cm? b) Jaký je obvod kruhu o obsahu 40cm²?

Př.16 V souřadném systému zobrazte kružnici se středem S[3,4] a poloměru r = 2cm. Zobrazte tuto kružnici ve středové souměrnosti o středu O[0,0] a v osové souměrnosti určené osou x. U obou kružnic určete poloměr a souřadnice středu

Př.17 Vypočítejte délku tětivy kružnice, která je vzdálená od středu kružnice 3,5cm. Poloměr kružnice je 5cm.

Př.18 Obsahy dvou kruhů jsou v poměru 4 : 9. Větší kruh má průměr 12cm. Vypočítejte průměr menšího kruhu.

Výsledky:

3) 65°, 65°, 115°, 115° 5 a) o se zvětší 3x, S 9x b) o se zvětší o 45 % a S asi o 110%

6) $o=20\sqrt{2}$, $S = 50\text{cm}^2$ 7) $o = 42\text{cm}$, $S = 108\text{ cm}^2$ 8) zvětší se o 8% 9) $u = 17,5\text{ cm}$

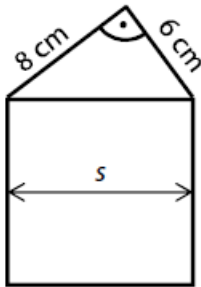
10) $S = 11,3\text{ cm}^2$ 11) $S = 10,8\text{ cm}^2$ 12) rameno 5cm, základna 6cm 13) $o = 22\text{cm}$, $S = 21\text{ cm}^2$

15) $S = 6,45\text{ cm}^2$ 17) 7,2 cm 18) 8cm

Testové úlohy

1. a) Vypočítejte obsah trojúhelníku b) Určete šířku domečku s .

Domeček na obrázku je složen ze čtverce a pravouhlého trojúhelníku.
Navzájem kolmé strany trojúhelníku měří 6 cm a 8 cm.



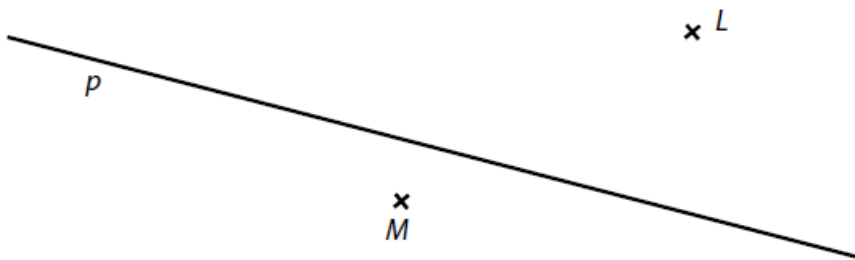
(C7VV)

2. Na přímce p sestrojte všechny takové body

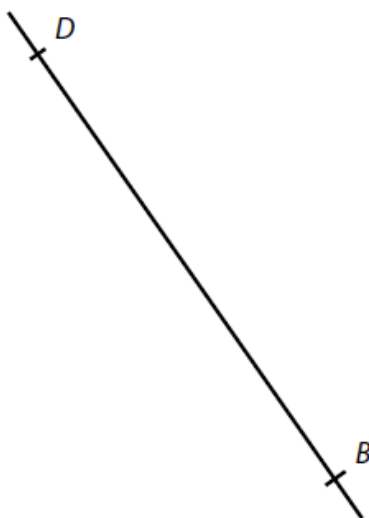
a) K , tak aby velikost úhlu KLM byla 60°

b) N , tak aby vzdálenost bodů M, N byla stejná jako vzdálenost bodů M, L

V rovině leží přímka p a mimo ni dva různé body M, L .



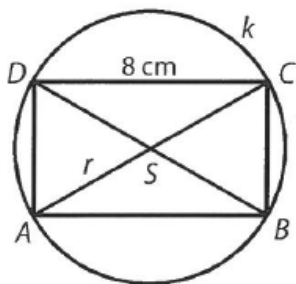
V rovině leží přímka BD .



3. Sestrojte chybějící vrcholy čtverce $ABCD$. Čtverec narýsujte.

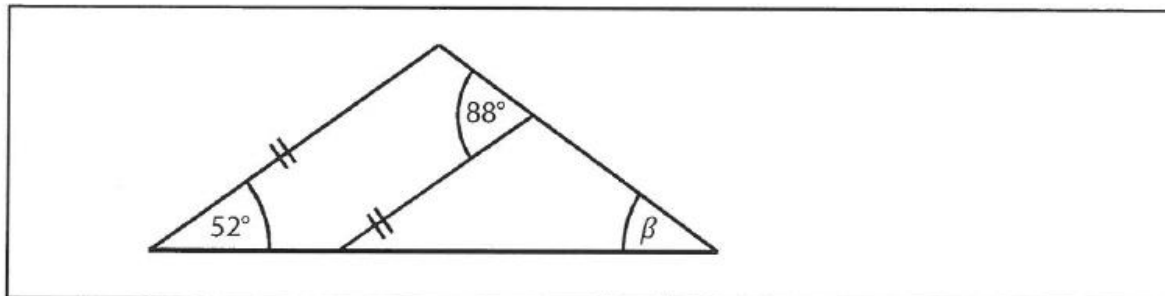
4.

Na kružnici k s poloměrem $r = 5$ cm ($r = |SA|$) leží vrcholy obdélníku $ABCD$.
 Delší strana obdélníku měří 8 cm.



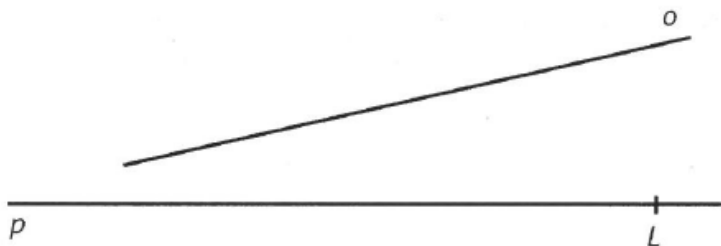
- a) Vypočtete délku kružnice a výsledek v cm zaokrouhelete na desetiny.
 b) Vypočtete v cm obvod obdélníku $ABCD$

5. Vypočtete velikost úhlu β



6.

V rovině leží různoběžky o , p a bod L na přímce p .



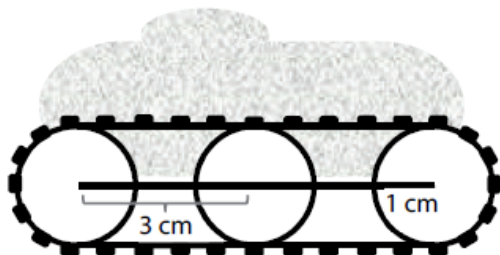
Bod L je vrchol rovnoramenného trojúhelníku KLM , přímka o je osou souměrnosti tohoto trojúhelníku a strana KL leží na přímce p .

Sestrojte chybějící vrcholy K , M trojúhelníku KLM a trojúhelník narýsujte.

7.

Model vozidla má na každé straně za sebou tři kolečka s poloměrem 1 cm, přes která je natažen pás.

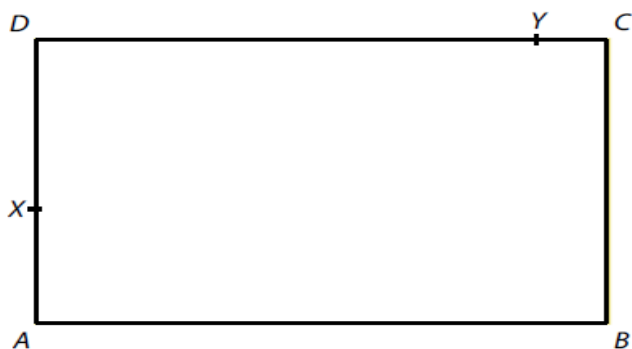
Vzdálenost středů každých dvou sousedních koleček na téže straně vozidla je 3 cm.



Jaká je délka jednoho pásu?

- a) větší než 180mm, b) 180 mm c) 176mm d) 163mm e) 151mm

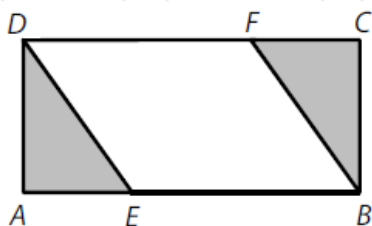
8. V rovině leží obdélník ABCD, bod X, který je vnitřním bodem strany AD, a bod Y, který je vnitřním bodem strany CD. Sestrojte kružnici k, na níž leží vrcholy pravoúhlého trojúhelníku DXY. Střed kružnice označte S.



9. Vypočítejte v cm^2 obsah rovnoběžníku EBFD. Určete délku strany AB v cm.

Obdélník ABCD je rozdělen na tři útvary – rovnoběžník a dva shodné trojúhelníky. Platí:

$$|AD| = 3 \text{ cm}, |DE| = \sqrt{13} \text{ cm}, |BE| = 5 \text{ cm}$$



(CZMM)

10. V rovině leží bod L a úsečka KM. Na úsečce KM sestrojte takový bod P, aby úhly KLP a PLM byly shodné.

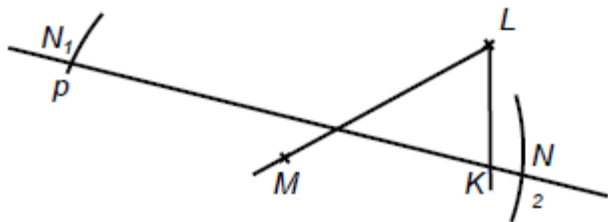


x
L

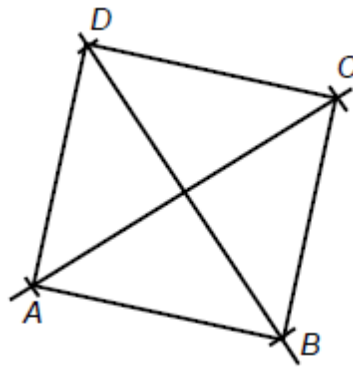
Výsledky:

1.a) 24 cm² b) 10cm

2.



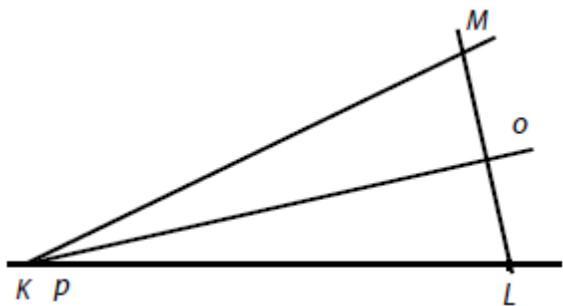
3.



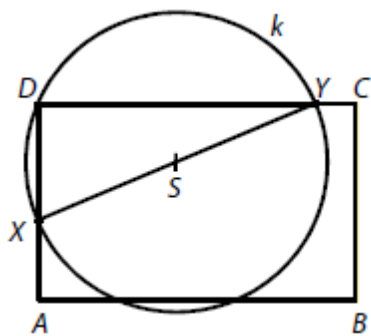
4. a) 31,4 cm b) 28 cm

5. 36°

6.



7.A 8.



9. $S = 15 \text{ cm}^2$ $|AB| = 7 \text{ cm}$

10.

