

Gymnázium Josefa Božka, Český Těšín, příspěvková organizace

Přípravný kurz z matematiky pro studenty čtyřletého studia

Lekce 9

Téma: Funkce

A : Funkce obecně

Funkce popisují některé souvislosti mezi jevy v přírodě, technice a pod. Víme, jak souvisí délka dráhy rovnoměrného pohybu, když se mění čas. Nebo víme, jak se mění objem krychle, mění-li se délka její hrany apod. Obecně se souvislost mezi dvěma veličinami popisuje vztahem:

$y = f(x)$ y je funkcí x (y závisí na hodnotě x), x je argument funkce, y je funkční hodnota

- Funkce $y = f(x)$ je předpis, který každému x z jedné číselné množiny přiřazuje **nejvýše jedno** y z jiné číselné množiny
- Množina všech x , ke kterým existuje y tak, že platí $y = f(x)$, se nazývá definiční obor funkce. Značení $D(f)$ (Znázorňujeme jej na ose x)
- Množina všech y , ke kterým existuje x tak, že platí $y = f(x)$, se nazývá obor hodnot funkce. Značení: $H(f)$ (Znázorňuje se na ose y)
- Funkce lze znázornit pomocí grafu. (V grafu funkce nemohou být zobrazeny dva body nad sebou)

B : Souřadný systém

Pro znázorňování v rovině používáme pravoúhlý souřadný systém.

- Př.1 a) V souřadném systému znázorněte body: $P[0,0]$, $A[-2,0]$, $B[4,0]$, $D[0,-3]$, $C[2,3]$
b) K těmto bodům určete body symetrické – dle počátku souř. s. – dle osy y

Př.2 Určete obsah lichoběžníku ABCD: $A[-2,0]$, $B[4,0]$, $D[0,3]$, $C[2,3]$

Př.3 Určete délku úsečky AB: $A[1,2]$, $B[4,6]$

C : Definiční obor funkce

Př. 4 Určete definiční obory funkcí : $y = \frac{1}{x+1}$, $y = \frac{x}{2x+3}$, $y = \frac{1}{x-1} + \frac{3}{2x-1}$

$$y = \frac{1}{x^2-16}, \quad y = \frac{x}{x^2-10x+25}, \quad y = \frac{1}{3x^3-9x}, \quad y = \frac{1}{x^2+2},$$

D : Přímá úměrnost, lineární funkce

Je to funkce daná předpisem $y = k \cdot x$, kde k je konstanta. Definičním oborem je obor reálných čísel, grafem je přímka procházející počátkem souřadného systému.

Pozn: U této funkce platí: Kolikrát se zvětší (zmenší) x , tolikrát se zvětší (zmenší) y

Př.5 Sestrojte grafy funkcí: a) $y = 2x$ b) $y = 0,5x$ c) $y = -x$

Pozn: **Funkce $y = kx + q$ (k, q – konstanty) je lineární funkce.** Grafem je přímka

Př.6 Sestrojte grafy funkcí a) $f_1: y = 2x + 1$ b) $f_2: y = -x + 3$ c) Zjistěte, zda bod $A[1,3]$ je bodem grafu funkce f_1, f_2

Př.7 Určete lineární funkci, která prochází body: a) $A[0,0], B[1,1]$ b) $A[1,2], B[2,4]$

Př.8 Určete obsah trojúhelníka, který je omezen osami souřadného systému a přímkou $y = -2x + 4$

Př.9 Automat vyrábí za 18minut 456 součástek. Kolik jich vyrobí za 33 minut?

E : Nepřímá úměrnost

Je to funkce daná předpisem $y = \frac{k}{x}$ Definičním oborem je $\mathbb{R} - \{0\}$ ($x \neq 0$)

Grafem je hyperbola. U této funkce platí. Kolikrát se zvětší (zmenší) x tolikrát se zmenší (zvětší) y . Pozn: (Často řešíme úlohy pouze s kladným x).

Př.10 a) Pro kladná x sestrojte graf funkce $y = \frac{6}{x}$ b) Zjistěte, zda na grafu této funkce leží body $A[2,3], B[1,2]$

Př.11 Tři dělníci vyhoubí příkop za 8 dní. Za kolik dní vykoná tuto práci 6 dělníků

F : Další úlohy

Př.12. Řešte soustavy dvou rovnic o dvou neznámých a) početně – metodou dosazovací, sčítací, graficky:

a) $x - y = -1$, $x + y = 5$ b) $y = 2x + 1$, $y = -x + 4$

Př. 13 Sestrojte graf závislosti dráhy na čase u rovnoměrného pohybu, je-li $v = 2\text{m/s}$

Př.14 Je dána funkce $y = 2x - 1$. Zjistěte y pro $x = -3, 2, 0, \frac{1}{2}, 0,4$

Př. 15 Je daná funkce $y = 2/x$. Zjistěte y pro $x = -3, 2, 0, \frac{1}{2}, 0,4$

Výsledky:

2. $12j^2$ 3. $5j$ 7. a) $y=x$ b) $y= 2x$ 8. $4j^2$ 9. 836 11. 4 dny 12. a) $[2,3]$ b) $[1,3]$

Testové úlohy:

1. Turistická trasa je na mapě s měřítkem 1 : 50 000 zobrazena čarou dlouhou 30 cm.

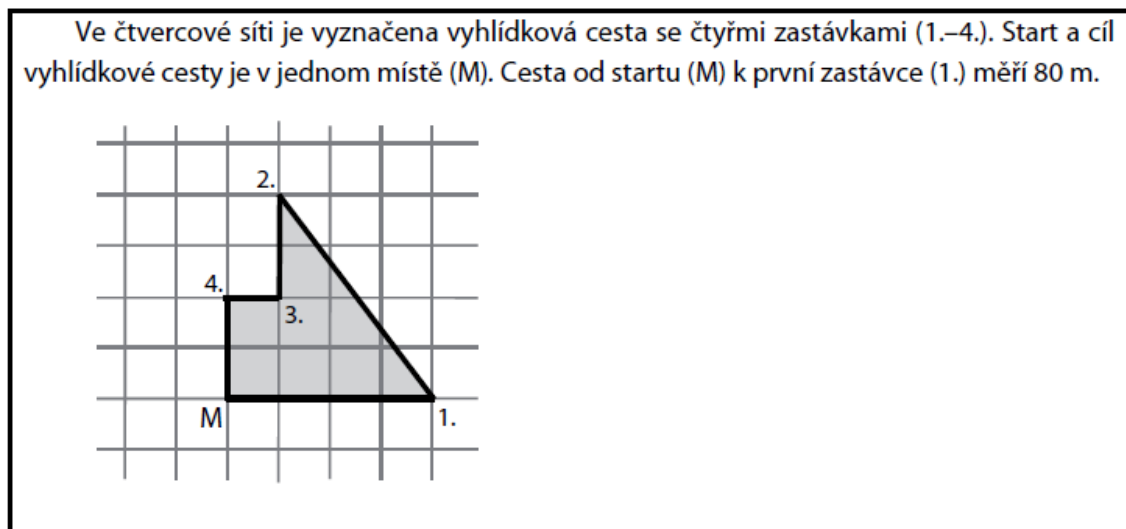
- Vypočtete v km skutečnou délku turistické trasy.
- Vypočtete v cm délku čáry, která zobrazuje stejnou turistickou trasu na mapě s měřítkem 1 : 60 000.

2. Stará fotografie tvaru obdélníku má délku $a = 12$ cm a šířku $b = 9$ cm. Při kopírování vznikla nová fotografie, jejíž rozměry jsou 1,5krát větší než u staré fotografie.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (11.1–11.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- Šířka nové fotografie je stejná jako délka staré fotografie.
- Délky nové a staré fotografie jsou v poměru 3 : 2.
- Délka a šířka nové fotografie jsou v poměru 4 : 3.

3.



- Vypočtete délku cesty mezi první a druhou zastávkou.
- Vypočtete obsah plochy obrazce ohraničeného vyhlídkovou cestou.

4. V sadu je celkem 28 hrušní a jabloní. Jiné ovocné stromy v sadu nerostou. Počty hrušní a jabloní v tomto pořadí jsou v poměru 3 : 4.

Které tvrzení je nepravdivé?

- Hrušní je méně než jabloní.
- Mezi ovocnými stromy jsou $\frac{3}{4}$ jabloní.
- Jabloní je o 4 více než hrušní.
- Jabloní je v sadu o $\frac{1}{3}$ více než hrušní.
- Hrušní je v sadu o $\frac{1}{4}$ méně než jabloní.

5. Balení, které obsahuje 15 kg granulí, vystačí čtyřem psům na 15 dní. Všichni čtyři psi dostávají denně stejné množství granulí.
Rozhodněte o každém s následujících tvrzení zda je pravdivé (A) či ne (N).
a) Jeden pes dostává denně 200g granulí.
b) Pouze dvěma psům by 15 kg balení stačilo na 30 dní.

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 6

Výpočet ceny, kterou domácnosti zaplatí za vodu, se ve městech A a B liší.

Města	Platba (1x ročně) za užívání vodovodní přípojky	Platba za 1 m ³ spotřebované vody
A	0 Kč	72 Kč
B	990 Kč	61 Kč

Celkový počet m³ vody, kterou spotřebuje domácnost za rok, označte x.

- 6.1 V závislosti na veličině x vyjádřete cenu (v Kč), kterou zaplatí za vodu domácnost ve městě A za jeden rok.
- 6.2 V závislosti na veličině x vyjádřete cenu (v Kč), kterou zaplatí za vodu domácnost ve městě B za jeden rok.
- 6.3 Vypočtete, při jaké roční spotřebě vody (v m³) by zaplatila za vodu domácnost v městech A a B stejně.

Výsledky:

1. a) 15km b) 25cm 2. N A A 3.a) 100m b) 3200m²

4. B 5. N A 6.1. 72x Kč 6.2. (61x + 990) Kč 6.3. 90 m³